



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Математика»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

и варианты заданий для выполнения
контрольной работы №1
по дисциплине

«Математическая статистика в физической культуре и спорте»»»

Авторы

Ларченко В.В.,
Рудова И.Ш.

Ростов-на-Дону, 2015



Аннотация

Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения «Физическая культура» (нормативный и сокращенный срок обучения).



Оглавление

Задания	4
Задание 1	4
Задание 2.	5
Задание 3.	5
Задание 4.	5
Задание 5.	5
ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1 .6	
Задание 1.	6
Задание 2-3.	7
Задание 4.	10
Задание 5.	12
Экзаменационная программа.....	16
Литература.....	17

ЗАДАНИЯ

Задание 1.

1. Спортсмен выполнил в течение $(26+l)$ - дней количество упражнений:

(1) 16, 12, 15, 13, $23+k$, 9, 15, 13, 14, $14+k$, 21, 15, 14, 17, $27+k$, 15, 16, 12, 16,

$19+k$, 14, 16, 17, 13, $14+k$, 14,

Ранжировать вариационный ряд (1), изменив количество дней /и количество тренировок k , используя данные таблицы.

1	2	3	4
n	k	l	p_1, p_2, \dots, p_l
0	1	1	16
1	2	3	17, 14, 13
2	3	2	24, 20
3	4	4	15, 19, 13, 12
4	-1	1	24
5	-2	4	16, 18, 16, 14
6	1	4	22, 16, 10, 11
7	-3	2	10, 21
8	4	3	12, 14, 25
9	2	2	14, 23

Здесь n – номер последней значащей цифры в зачетке студента; k – отвечающее номеру слагаемое, на которое следует изменить количество упражнений в ряде (1); l – число такое, что $26+l$ – количество дней в ряде (1). Например, если последняя

Математическая статистика в физической культуре и спорте

значащая цифра в зачетке 5, то вместо члена $23+k$, согласно таблице, в ряде (1) следует использовать число $23-2=21$. Кроме того, в ряде (1) вместо многоточий следует указать еще четыре числа: 16, 18, 16, 14.

Задание 2.

1. Для ранжированного вариационного ряда (1) из задания 1 найти первый квартиль Q_{25} , второй и третий квартили, соответственно Q_{50} , Q_{75} .

Задание 3.

1. Для ранжированного вариационного ряда (1) из задания 1 найти 10-й, 30-й и 90-й перцентили.

2. Найти медиану для вариационного ряда (1), когда количество тренировок отождествлено со значениями дискретной случайной величины.

Задание 4.

1. Для дискретного вариационного ряда (1) составить таблицу относительных частот и построить полигон частот.

Задание 5.

1. Используя формулу Стерджеса для количества интервалов $k = \left[1 + 3.322 \lg(26 + \left[\frac{k}{2} \right]) \right]$, построить интервальный вариационный ряд и его гистограмму для ранжированного вариационного ряда (1).

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

Задание 1.

Пусть X – случайная величина (СВ), принимающая значения:

$$(1) x_1, x_2, \dots, x_n$$

а) Вариационным дискретным (в. д.) рядом СВ X называется последовательность (1), в которой $\{x_i\}$ расположены в порядке возрастания или убывания [1].

Пусть свойства случайной величины X заданы тремя последовательностями:

$$(2) x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

$$(3) \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$$

$$(4) m_1, m_2, m_3, \dots, m_n, m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n = N$$

Здесь m_i - число значений $x_i, 1 \leq i \leq n$, которые принимает

СВ X ; ω_i - относительная частота, $\omega_i = \frac{m_i}{N}$.

б) Вариационным рядом СВ X называется таблица

X	x_1	x_2	x_3		x_n
ω	ω_1	ω_2	ω_3		ω_n
M	m_1	m_2	m_3		m_n

В математической статистике используются оба понятия а) и б). Если используется второе понятие, то представление $\{x_i\}$ в порядке возрастания значений СВ X называется ранжированием.

Пример 1. Спортсмен выполнил в течение 26 дней упраж-

Математическая статистика в физической культуре и спорте

нения: 16, 12, 15, 13, 23, 9, 15, 13, 14, 14, 21, 15, 14, 17, 27, 15, 16, 12, 16, 19, 14, 16, 17, 13, 14, 14.

1) Ранжировка. Имеем:

(5) 9, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 19, 21, 23, 27.

$$N = 26, x_{\min} = 9, x_{\max} = x_{26} = 27.$$

Задание 2-3.

Числовые характеристики вариационного ряда (в.р. – вариационный ряд). Квантили вариационного ряда: перцентили, квартили.

Квантили в.р. – это значение $x \in \{x_i\}$ с заданным номером [1].

P -ый перцентиль в.р. – это значение $x \in \{x_i\}$, слева от которого расположены p процентов элементов последовательности ранжированной в порядке возрастания или убывания [1]. Номер p -го перцентиля находится по формуле:

$$6) P = \left[\frac{(n+1) \cdot p}{100} \right] - \text{целая часть числа}$$

При анализе в.р. его часто делят на квартили (quarta – четверть (лат.)). Первый квартиль (=25 перцентиль) – значение x в в.р., слева от которого лежит $\frac{1}{4}$ (25%) членов ранжированной последовательности $\{x_i\}$.

Математическая статистика в физической культуре и спорте

Второй квартиль есть 50-й перцентиль. Его также называют медианой.

Медиана – $x \in \{x_i\}$, значение которой приходится на середину в.р. (ранжированного). Она обозначается как M_e .

Если количество элементов в $\{x_i\}$ нечетное и равное $2m+1$, то $M_e = x_{m+1}$. Для ряда с четным числом элементов имеем:

$$(7) \quad M_e = \frac{x_m + x_{m+1}}{2},$$

т.к. в таком случае имеется два 50-х перцентилья. Заметим M_e из (7) и второй квартиль не совпадают, вообще говоря.

Третий квартиль – 75-й перцентиль. Четвертый квартиль – это 100-й перцентиль.

Вариационный ряд при анализе часто делят на равные десятки децили. Первый дециль – это 10-й перцентиль, второй дециль есть 20-й перцентиль и т.д.

2) Для определения первого квартиля найдем сначала его номер

$$(n+1) \cdot \frac{p}{100} = (26+1) \cdot \frac{25}{100} = \frac{27}{4} = 6.75,$$

$$6 < 6.75 < 7.$$

В (5) $x_6 = 13$, $x_7 = 14$, т.к. $x_7 - x_6 = 1$, то 75% от 1 есть 0.75. Тем самым 1-й квартиль φ_{25} равен 13,75 (см. (5) 13,14).

Аналогично находим 2-ой квартиль (средний квартиль) φ_{50} :

$$(26+1) \cdot \frac{50}{100} = \frac{27}{2} = 13.5, \quad \varphi_{50} = 15,$$

$$\text{И 90-й перцентиль } (26+1) \cdot \frac{90}{100} = 27 \cdot 0.9 = 24.3,$$

$$x_{24} = 21, \quad x_{25} = 23, \quad x_{25} - x_{24} = 2$$

$$\begin{array}{ll} 2 & - \quad 100\%, \\ x & - \quad 30\%, \end{array} \quad \frac{2}{x} = \frac{100}{30}, \quad x = 0.6,$$

$$\varphi_{90} = 21.6.$$

Третий квартиль - это x , слева от которого находится 75% элементов последовательности $\{x_i\}$. Точнее по формуле (5) находим P , значение номера элемента, равное целой части $[P]$.

Заметим, если P содержит дробную часть, то находим долю этой части, отвечающей дробной части, и складываем её с целой частью $[P]$:

$$(26+1) \cdot \frac{75}{100} = \frac{27 \cdot 3}{4} = \frac{81}{4} = 20.25$$

$$x_{20} = 16, \quad x_{21} = 17, \quad x_{21} - x_{20} = 1.$$

В данном случае φ_{75} лежит между номерами 16 и 17. Т.к. разница между ними равна единице, то:

$$\varphi_{75} = x_{20} + \frac{21-20}{100} \cdot 25 = 16.25$$

Медианой в.р. называется значение СВ X , относительно которой в.р. делится на две равные части.

Часто используют другое определение $M_e = \varphi_{50}$. Отличие

Математическая статистика в физической культуре и спорте

в том, что дробная часть от φ_{50} есть доля между x_m и x_{m+1} , где $x_m \in \{x_i\}$ и x_m делит в.р. на две равные части. Тем самым под M_e в ряде случаев подразумевается M_e из (7), $M_e = \varphi_{50}$, если $N = 2m + 1$, то M_e принимают в качестве x_{m+1} .

Задание 4.

Составить в.р. с вычислением относительных частот. В ранжированном ряде $x_2 = x_3 = 12$, $x_4 = x_5 = x_6$, и т.д., т.е. значения X повторяются.

Тогда получим:

Таблица 2

X	9	12	13	14	15	16	17	19	21	23	27
M	1	2	3	6	6	3	2	1	1	1	1
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}	m_{11}

$\{x_i\}_1^{11}$, $M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_{11}\}$ Пусть $N = \sum_{i=1}^{11} m_i = 26$

m_i - частоты СВ X , тогда $\frac{m_i}{N} = \omega_i$ - относительные частоты,

$i = 1, 2, \dots, 11$.

Таблица 3

X	9	12	13	14	15	16	17	19	21	23	27
ω	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{26}$		

$$\sum_{i=1}^{11} \omega_i = 1$$

Таблица 3 определяет в.р. относительных частот. Весь предыдущий материал относился к случаю дискретной СВ, т.е. такой величины, значениям которой можно поставить в соответствие целые положительные числа, например, значения которой можно пронумеровать.

На основании табл. 2 имеем:

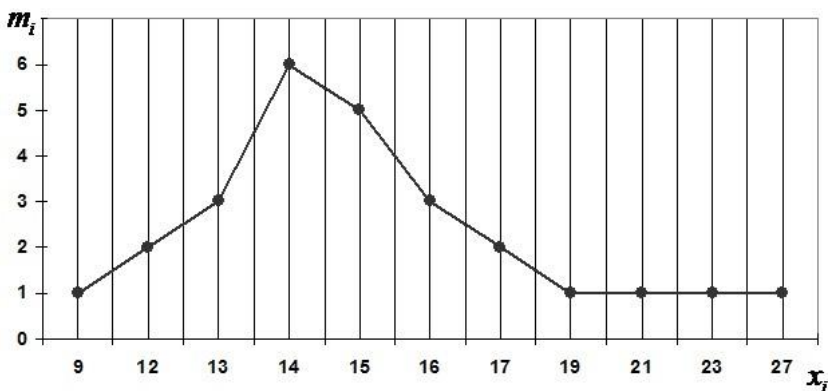


Рисунок 1

СВ X называется непрерывной, если ее значения принадлежат некоторому интервалу (a, b) . Часто оказывается, что СВ X принимает неопределенные значения. Например высота, которую преодолевает спортсмен, прыгая в высоту. В этом случае удобно использовать понятие непрерывной СВ X . Другой пример – вес спортсмена.

Задание 5.

Значения НСВ X отметим на числовой прямой R . Представим значения НСВ X $[\alpha_1, \alpha_2) \cup [\alpha_2, \alpha_3) \cup [\alpha_3, \alpha_4) \dots \cup [\alpha_k, \alpha_{k+1})$.
Затем составим таблицу 4.

Таблица 4

	$[\alpha_1, \alpha_2)$	$[\alpha_2, \alpha_3)$	$[\alpha_3, \alpha_4)$...	$[\alpha_k, \alpha_{k+1})$
X	x_1	x_2	x_3	...	x_k
M	m_1	m_2	m_3	...	m_k
ω	ω_1	ω_2	ω_3	...	ω_k

m_i - частоты, ω_i - относительные частоты.

Стёрджес предложил формулу для вычисления количества интервалов $k = 1 + 3.322 \lg n_j$ ($N = n = 26$).

Объемом выборки называется множество всех значений СВ X , которые учитываются в анализе.

Генеральной выборкой называется множество всех значений, которые принимает СВ X . Количество таких значений называется объемом генеральной выборки.

Найдем количество интервалов в.р.

(8) $L = 1 + 3.322 \lg 26$, где n - объем выборки.

$$L = 1 + 3.322 \cdot 1.41497 = 5.7005 \approx 6.$$

Вычислим ширину интервала разбиения (размах разбиения в.р.)

$$(9) \quad k = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{L} = \frac{27 - 9}{6} = 3.$$

Если бы k_i ($k_i = k$) было дробным (например, 2.958), то берем ближайшее целое число 3 либо ближайшую дробь с достаточной точностью (2.96). Определяем интервалы:

$$\Delta_1 = [x_{\min}, x_{\min} + k] = [9, 12],$$

$$\Delta_2 = (12, 12 + k] = (12, 15],$$

$$\Delta_3 = (15, 15 + k] = (15, 18],$$

$$\Delta_4 = (18, 18 + 3] = (18, 21],$$

$$\Delta_5 = (21, 24],$$

$$\Delta_6 = (24, 27],$$

и количество вариантов, попавших в $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_6$. Получим

$$m_1 + m_2 = 3, m_3 + m_4 + m_5 = 3 + 6 + 5 = 14, m_6 + m_7 = 3 + 2 = 5,$$

$m_8 + m_9 = 1 + 1 = 2, m_{10} = 1, m_{11} = 1$. Тогда интервальный вариационный ряд имеет вид:

Таблица 5

интервалы	$[9, 12]$	$(12, 15]$	$(15, 18]$	$(18, 21]$	$(21, 24]$	$(24, 27]$
Кол-во элементов	3	14	5	2	1	1

Применяют также интервалы вида: $[9, 12)$, $[12, 15)$, $[15, 18)$, $[18, 21)$, $[21, 24)$, $[24, 27]$

Тогда получим вариационный ряд несколько другой:

Таблица 6

интервалы	[9,12)	[12,15)	[15,18)	[18,21)	[21,24)	[24,27]
Кол-во элементов	1	11	10	1	2	1

Часто корректируют границы первого и последнего интервала. Именно:

$$x'_1 = x_{\min} - \frac{k}{2} = 9 - \frac{3}{2} = 7.5, x'_n = x_{\max} + \frac{k}{2} = 27 + \frac{3}{2} = 28.5$$

В этом случае находим:

Таблица 7

интервалы	[7.5,10.5)	[10.5,13.5)	[13.5,16.5)	[16.5,19.5)	[19.5,22.5)	[22.5,25.5)	[25.5,28.5]
Кол-во элементов	1	5	14	3	1	1	1

Здесь число интервалов 7 на 1 больше, чем в предыдущих случаях.

На основании таблицы 6 строим рисунок 2.

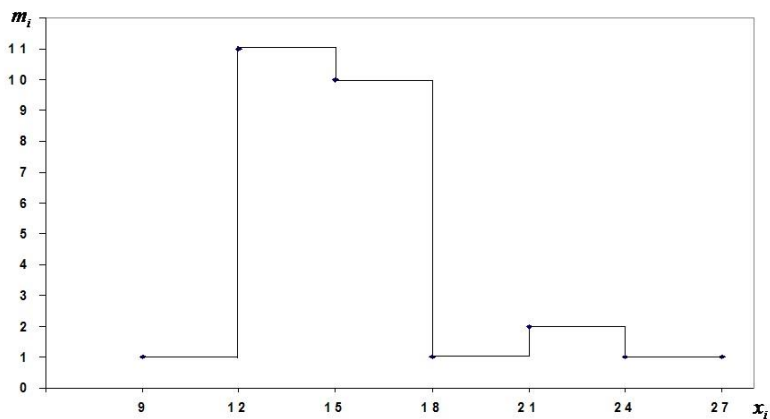


Рисунок 2

Гистограмма интервального в.р..

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА.

1. Статистическое определение вероятности и его ограниченность.

2. Геометрическое определение вероятности и основные его свойства.

3. Методы отбора статистики из генеральной выборки.

4. Понятие вариационного ряда. Генеральная совокупность. Выборочная совокупность. Относительная частота.

5. Дискретные и интервальные вариационные ряды.

6. Графические методы изображения вариационных рядов. Полигон распределения частот. Гистограмма.

7. Эмпирическая функция распределения.

8. Числовые характеристики вариационного ряда. Квантили, перцентиль, медиана, мода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Математическая статистика с элементами теории вероятностей в задачах с решениями. Москва- Ростов-на-Дону. Изд. Центр «МарТ», 2005.
2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва. ЮНИТИ, 2000.
3. Калинина В.Н., Панкин В.Ф. Математическая статистика. Москва. Высшая школа, 1998.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва. Высшая школа, 1998.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Москва. Высшая школа, 1998.